LH II
2BTS INTIC

DM1

Exercice 1:

Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

1) Calculer A^2; A^3 et A^4

2) a) Donner l'expression de polynome caractéristique de la matrice A.
b) En deduire les valeurs propres de la matrice A.

3) a) Montrer que la matrice A est inversible .
b) Calculer la matrice inverse de A

4) on considére le système (s) suivant :

$$\begin{cases} x - y + z = 1 \\ -x - 2y + 2z = 2 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$$

a) Ecrire le système (s)sous la forme matricielle.
b) En déduire la solution de ce système.

Exercice 2:

1) **Calculer l'inverse de la matrice** A

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$ **(méthode du pivot de Gauss)**

2) **Résoudre, par la méthode du pivot de Gauss, le système**

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 3x + 2y + 3z = 1 \\ 4x - 4y - 2z = 0 \end{cases}$$

Exercice 3:

On considére dans $\mathbb{R}^3$ *les vecteurs*

$u = (2,1,3)$, $v = (-1,0,4)$, $w = (0,-1,0)$

1. *Montrer que la famile* $L = \{u, v, w\}$ *est libre*
2. *Montre que* L *est une base de* $\mathbb{R}^3$

Exercice 4:

On considére dans $\mathbb{R}^2$ *la base canonique*

$$B = \{e_1 = (1,0), e_2 = (0,1)\}$$

on pose $f_1 = e_1 + 2e_2$, $f_2 = 2e_1 + e_2$

1. *Montrer que* $\{f_1, f_2\}$ *est une base de* $\mathbb{R}^2$
2. *calculer* e_1 *et* e_2 *en fonction de* f_1 *et de* f_2
3. *Déterminer* a *et* b *pour que* $(3,4) = af_1 + bf_2$

Exercice 5:

Soient $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, (x,y,z) \mapsto (x\ ,\ y\ ,\ 0)$

et $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3, (x,y) \mapsto (x - y\ ,\ x + y\ ,\ x + 2y)$

1. *Montrer que* f *et* g *sont linéaires.*
2. Déterminer le noyou de f et celui de g

Noyau de f $= \{u \in IR^3 \ / \ f(u) = 0\} = \ker(f)$

Noyau de g$= \{u \in IR^2 \ / \ g(u) = 0\} = \ker(g)$

3. a) Trouver F la matrice de f dans la base canonique de $\mathbb{R}^3$
b) Trouver G la matrice de g dans la base canonique de $\mathbb{R}^2$